



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií



Obvodové prvky a jejich parametry

Ing. Martin Černík, Ph.D.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



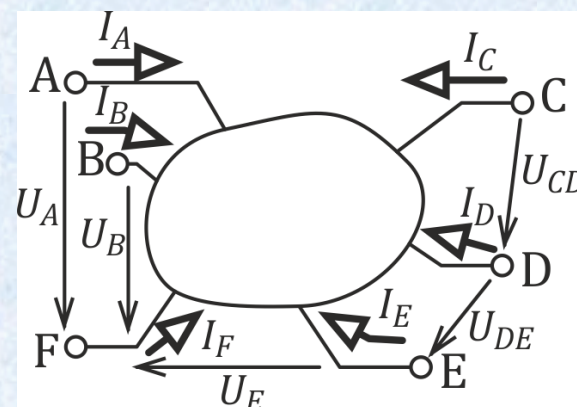
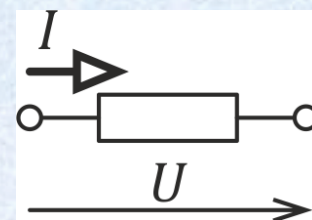
OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt ESF CZ.1.07/2.2.00/28.0050
Modernizace didaktických metod
a inovace výuky technických předmětů.

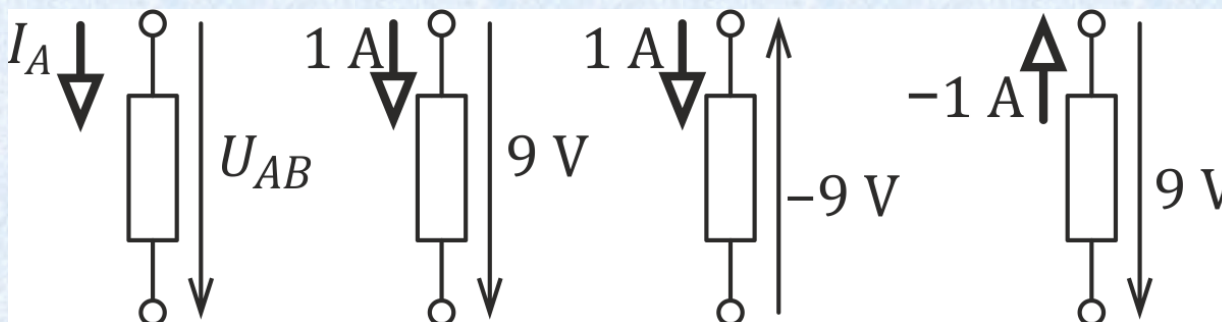
- Elektrický obvod –
 - Uspořádaný systém elektrických prvků a vodičů sloužící k přenosu a přeměně elektrické energie
- Model elektrického obvodu
 - matematický a fyzikální popis reálného obvodu - prvky obvodu jsou nahrazeny fyzikálně/matematickým popisem jejich parametrů, nejčastěji hlavním parametrem
 - výpočty na modelu elektrického obvodu umožňují s určitou přesností předpovědět vlastnosti reálného obvodu
 - grafický popis modelu obvodu – **elektrické obvodové schéma** - prvky – symboly, vodiče - souvislé čáry.

- Základní části obvodového schématu:
 - **Uzel** - místo, kde se spojuje dva a více prvků
 - **Dvojpol** - prvek nebo soustava prvků, která se připojuje do obvodu dvěma svorkami
 - **Vícepol** - prvek, který se připojuje do obvodu více póly
- Dvojpol
 - základní prvky elektrických obvodů jsou dvojpolý
 - mezi póly napětí U , dvojpólem protéká proud I
- Vícepol
 - příklad vícepolu,
 - jednotlivé póly označené písmenem
 - proudy I_A až I_F do jednotlivých pólů
 - napětí mezi póly U označené podle pólů



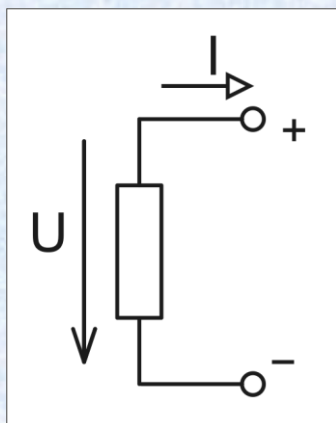
- Prvek elektrického obvodu -
 - základní jednotka elektrického obvodu, zapojuje do elektrického obvodu dvěma a více póly
 - je zdrojem energie (aktivní prvek) nebo energii spotřebovává (pasivní prvek)
 - ideální prvek
 - charakterizován pouze příslušným parametrem - nemá parazitní parametry
 - neomezený rozsah hodnot veličin, které lze na prvek připojit
 - je lineární – základní charakteristika VA (atd.) je přímka, která prochází počátkem
 - reálný prvek v elektrických obvodech
 - omezený rozsah napětí a proudu
 - je lineární jen v omezeném rozsahu proudu a napětí
 - parazitní vlastnosti – nahrazuje se složitějším systémem prvků

- proud a napětí na obvodovém prvku
 - pokud veličina ukazuje ve stejném směru, jako je směr napětí a proudu, je znaménko veličiny kladné
 - pokud veličina ukazuje v opačném směru, než je směr napětí a proudu, je znaménko veličiny záporné $U_{AB} = -U_{BA}$



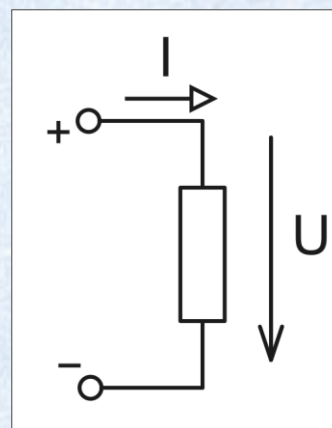
- rozdělení základních prvků – energetické hledisko
 - aktivní – zdroj energie, je schopen dodávat do obvodu energii, může být i spotřebičem
 - zdroj napětí
 - zdroj proudu
 - pasivní – není zdrojem elektrické energie
 - energie mění na jinou formu, nebo na čas ukládá
 - disipativní – rezistor
 - akumulativní – kapacitor, induktor

- Napětí a proud popisují energetický stav dvojpolu
 - každý uzavřený elektrický obvod obsahuje zdroje elektrického výkonu a spotřebiče elektrického výkonu



**Zdroj – směr
šipek napětí a
proudu opačný**

$$p_s = \sum_{j=1}^m u_j \cdot i_j$$



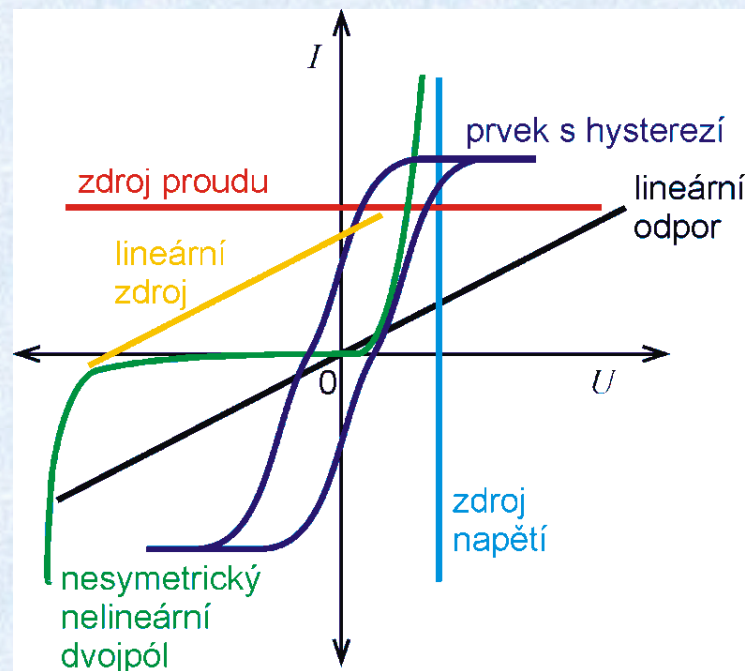
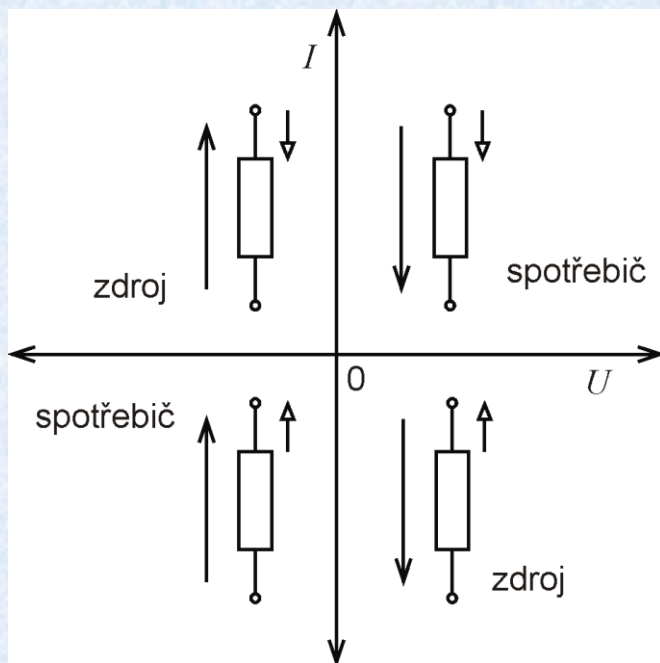
**Spotřebič – směr
šipek napětí a
proudu souhlasný**

$$p_L = \sum_{i=1}^n u_i \cdot i_i$$

- součet výkonu zdrojů se rovná součtu příkonu spotřebičů $p_L = p_s$
- platí zákon zachování energie

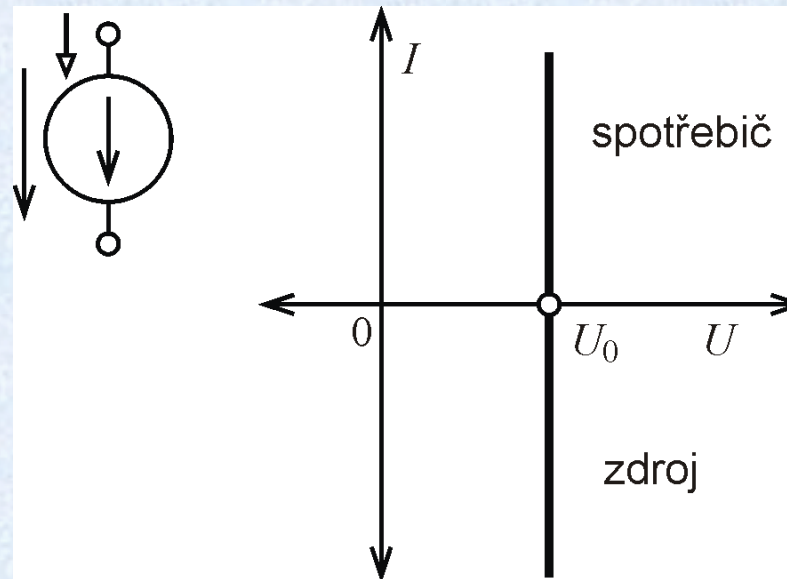
• Voltampérová charakteristika

- popisuje graficky závislost mezi napětím a proudem na dvojpólu do souřadného systému
- podle polohy závislosti v kvadrantu charakteristiky je dvojpól zdrojem nebo spotřebičem energie

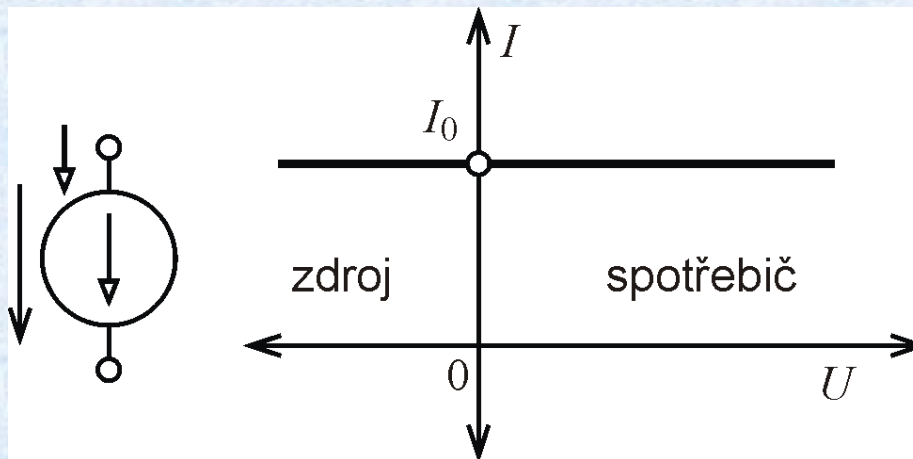


- Ideální zdroj napětí

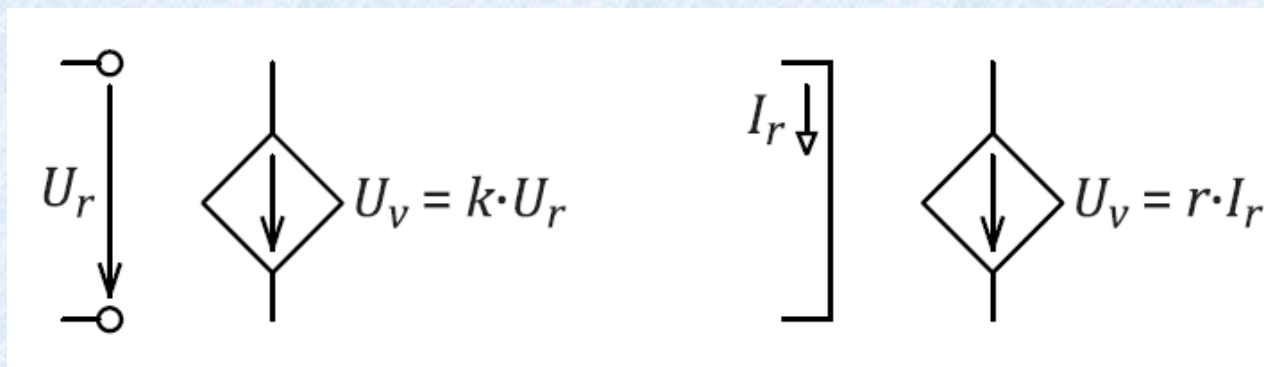
- za jakýchkoli podmínek udržuje potenciál napětí určeného směru
- zdroj elektrického výkonu nebo jeho spotřebič
- možné definovat časový průběh napětí
- voltampérová charakteristika – odpovídá vyznačeným šipkám na značce



- Ideální zdroj proudu
 - za jakýchkoli podmínek dodává proud určeného směru
 - zdroj elektrického výkonu nebo jeho spotřebič
 - možné definovat časový průběh proudu
 - voltampérová charakteristika – odpovídá vyznačeným šipkám na značce

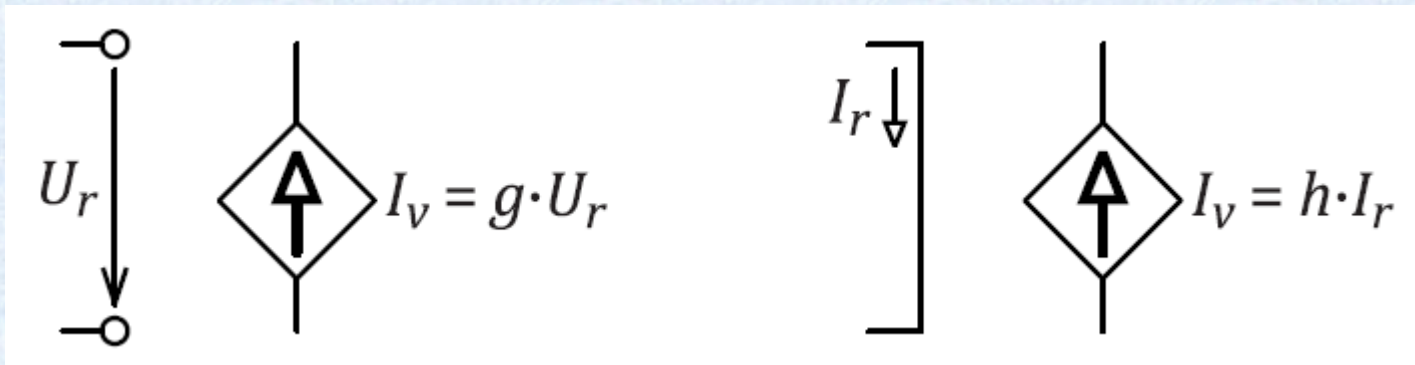


- řízený ideální zdroj napětí
 - velikost hlavního parametru je funkcí jiného parametru ve stejném nebo jiném obvodu
 - VA charakteristika zdroje stejná jako ideálního zdroje
 - často se používá obvykle lineární funkce
 - parametry vazby
 - r – transrezistance
 - k – napěťové zesílení
 - ideální součástka - neovlivňuje veličinu, kterou je řízen



- řízený ideální zdroj proudu
 - velikost hlavního parametru je funkcí jiného parametru ve stejném nebo jiném obvodu
 - VA charakteristika zdroje stejná jako ideálního zdroje
 - často se používá obvykle lineární funkce
 - parametry vazby
 - g** – transkonduktance
 - h** – proudové zesílení

ideální součástka - neovlivňuje veličinu, kterou je řízen

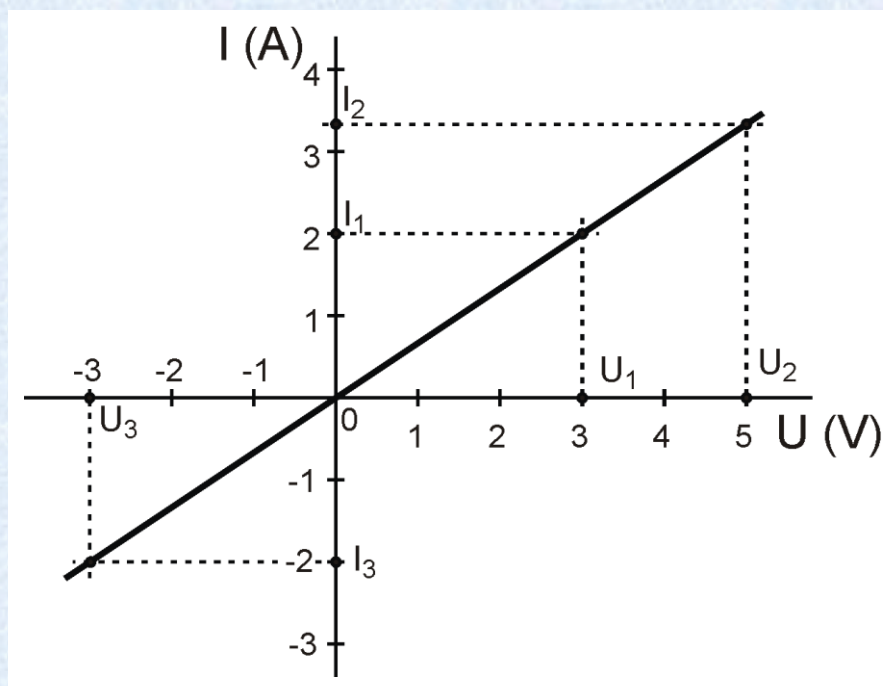
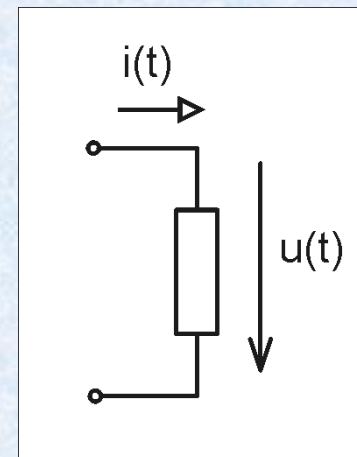


• Rezistor

- disipativní prvek, dodaná energie se mění na jinou formu (obvykle teplo)
- součástka
 - reálně vyrobená, součástka v teorii obvodů – rezistor
 - hlavní parametr (kvůli čemu se to vyrábí) – odpor
- lineární rezistor - poměr napětí a proudu je konstanta R

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_3}{I_3} = R$$

- VA charakteristika je přímka



- Elektrický odpor

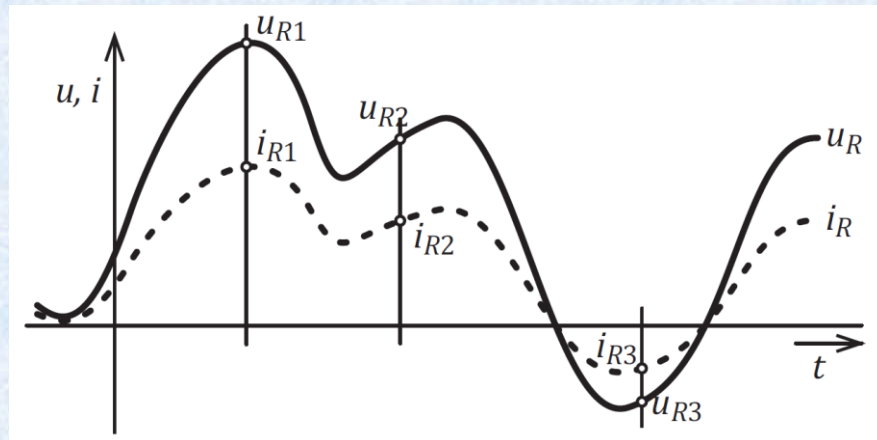
- statická definice (**Ohmův zákon**)

$$U = R \cdot I$$

- dynamická definice
(nestacionární průběh)

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

- energetická definice – příkon rezistoru



- Stacionární průběh $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = R \cdot I^2$

- nestacionární průběh $p(t) = \frac{u^2(t)}{R} = R \cdot i^2(t)$

- spotřebovaná energie za dobu T

- stacionární průběh $W = \frac{U^2 T}{R} = R \cdot I^2 T$

- nestacionární průběh $W = \frac{1}{R} \int_0^T u^2(t) dt = R \int_0^T i^2(t) dt$

- **Příklad**

- Zdroj napětí poskytuje obdélníkový pulsní periodický průběh. Parametry průběhu jsou perioda $T=0,01$ s; napětí pulsu $u_1 = 10$ V, napětí mezi pulsy $u_2 = 0$ V, střída $d = 40$ %. Na zdroj je připojen rezistor o odporu $R = 10 \Omega$.

Určete střední výkon

- přímý výpočet
- použitím efektivní hodnoty napětí

- Elektrická vodivost

- převrácená hodnota elektrického odporu $G = 1/R = I/U$
- označení G , jednotka 1 S [Siemens]
- prvek označený vodivostí - **konduktor**
- dynamická definice (nestacionární průběh) $i(t) = G \cdot u(t)$
- příkon konduktoru (energetická definice)

- stacionární průběh $P = GU^2 = \frac{I^2}{G}$

- nestacionární průběh $p(t) = \frac{i^2(t)}{G} = Gu^2(t)$

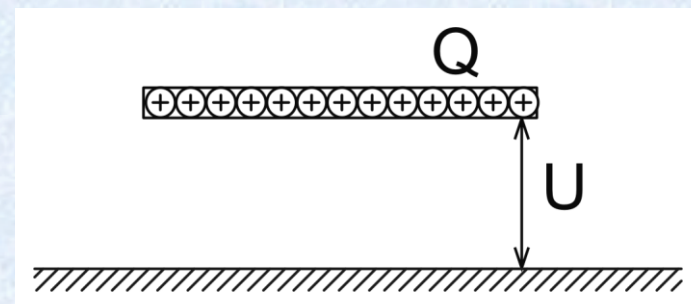
- energie:

- stacionární průběh $W = U^2 G T = I^2 \frac{T}{G}$

- nestacionární průběh $W = G \int_0^T u^2(t) dt = \frac{1}{G} \int_0^T i^2(t) dt$

- Kapacita

- těleso má kapacitu C , pokud má vůči neutrální elektrodě napětí U a je nabit nábojem Q
- označení C , jednotka 1 F [Farad]
- volt-coulombová charakteristika
- kapacitor –
 - pro velmi krátké časové okamžiky se chová jako zdroj napětí
 - napětí se na něm nemůže měnit skokem (proud ano)
- převrácená hodnota kapacity elastance $S (F^{-1})$, $S = 1/C$



- Kapacita

- součástka
 - reálně vyrobená – kondenzátor
 - součástka v teorii obvodů – kapacitor
- velikost náboje na kapacitoru (statická definice)

$$Q = C \cdot U$$

- při časové změně napětí - $q(t) = Cu(t)$,
- po derivování vztah proudu a napětí (proud prochází, pokud se napětí mění)

$$\frac{dq}{dt} = i = C \frac{du}{dt}$$

- po integraci se určí závislost napětí na proudu

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + U_{t=0}$$

- energie náboje na kapacitoru $w = \frac{1}{2} CU^2$



- Induktor

- akumulativní prvek – uchovává energii ve formě magnetického toku
- součástka
 - reálně vyrobená – cívka, reaktor, tlumivka
 - součástka v teorii obvodů – induktor
 - základní veličina – indukčnost L [H]
 - pro krátké časové úseky se chová jako ideální zdroj proudu
 - proud se v induktoru nemůže měnit skokem (napětí na něm ano)
- převrácená hodnota indukčnosti – inverzní indukčnost Γ (H^{-1}), $\Gamma = 1/L$



• Induktor

– definice indukčnosti pro jeden závit

- magnetický tok jedním závitem $\Phi = L \cdot I$
- při proměnném proudu $\phi(t) = Li(t)$, po derivaci

$$\frac{d\phi}{dt} = u = L \frac{di}{dt}$$

- změna mg. toku indukuje mezi otevřenými konci smyčky napětí Faradayův zákon

– pro induktor s N závitů je velikost indukčnosti

- Indukce napětí na N závitoch $u = N \cdot \frac{d\phi}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}$
- statická $N \cdot \Phi = L \cdot I$

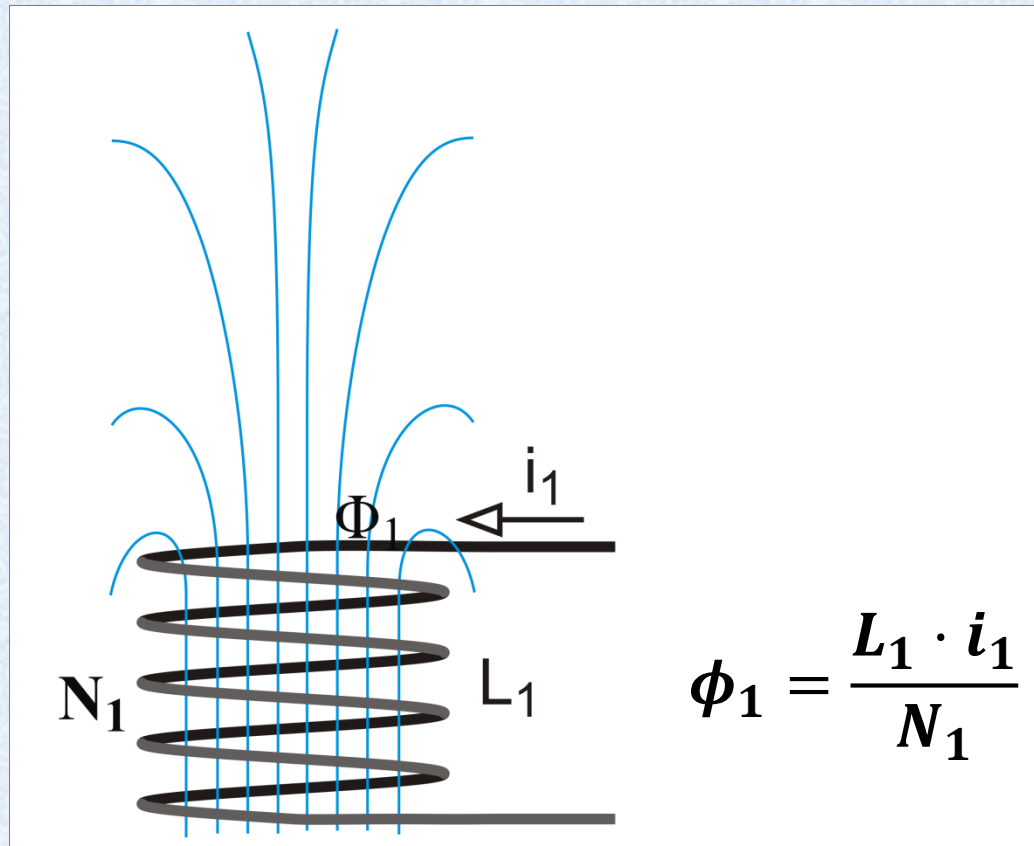
– integrací se určí proud: $i = \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau + I_{t=0}$

– energie magnetického toku $w = \frac{1}{2} LI^2$

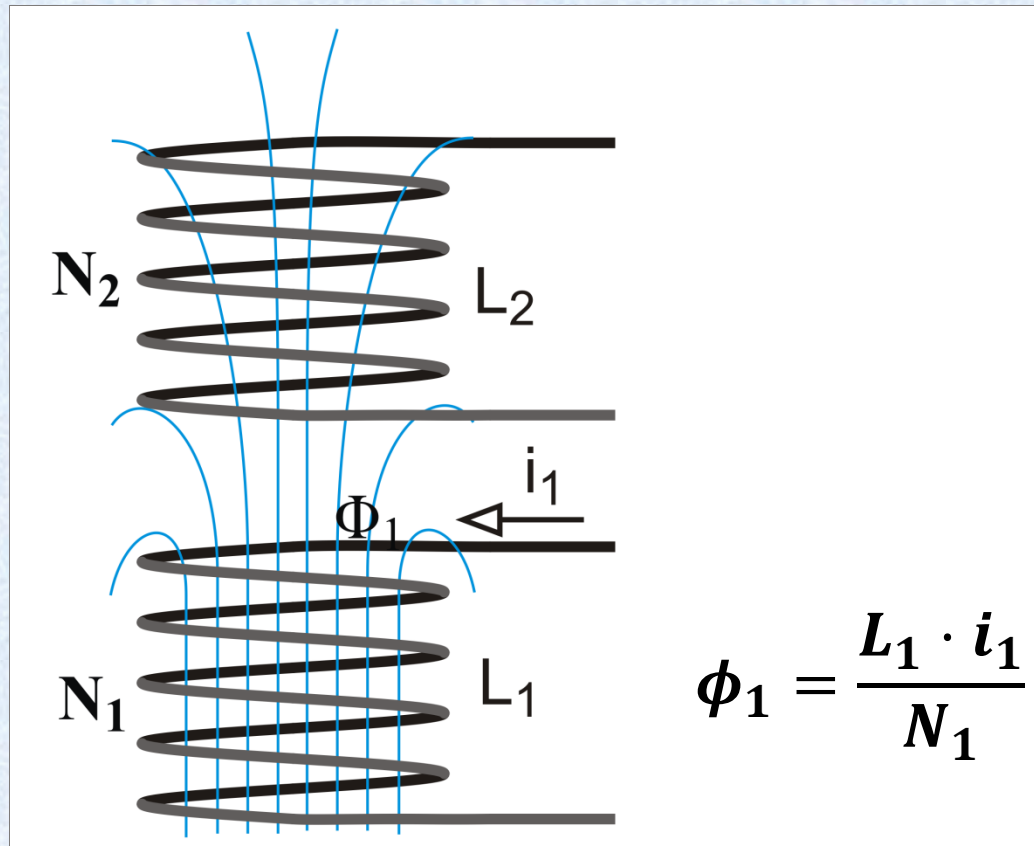
- Vzájemný vliv dvou induktorů



- Vzájemný vliv dvou induktorů

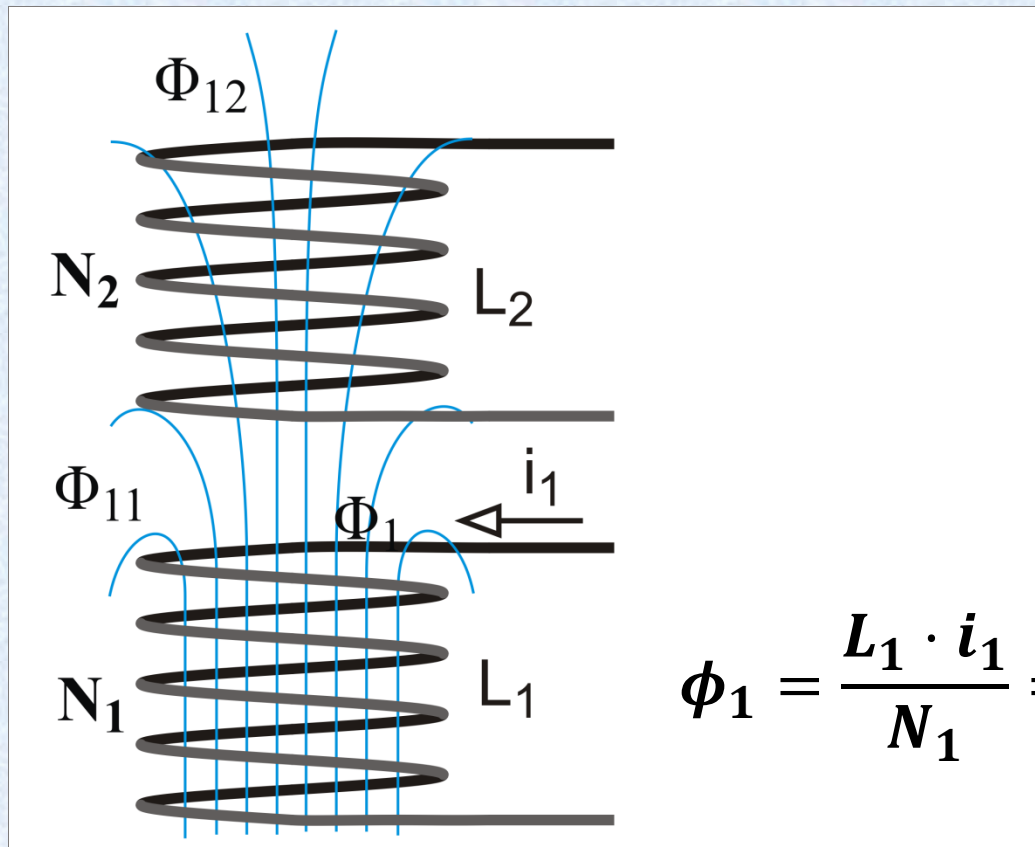


- Vzájemný vliv dvou induktorů



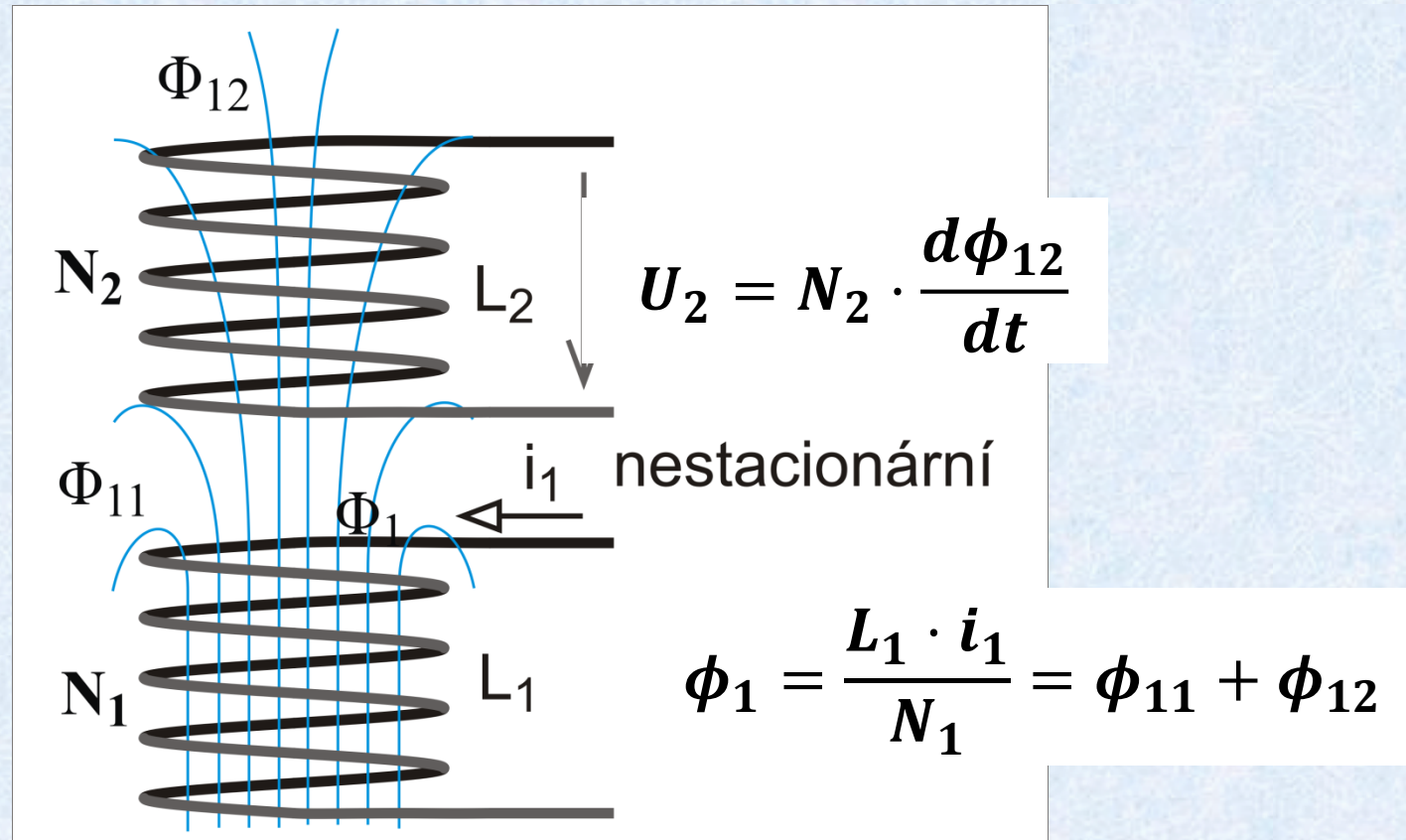
$$\phi_1 = \frac{L_1 \cdot i_1}{N_1} = \phi_{11} + \phi_{12}$$

- Vzájemný vliv dvou induktorů



$$\phi_1 = \frac{L_1 \cdot i_1}{N_1} = \phi_{11} + \phi_{12}$$

- Vzájemný vliv dvou induktorů – vázané induktory

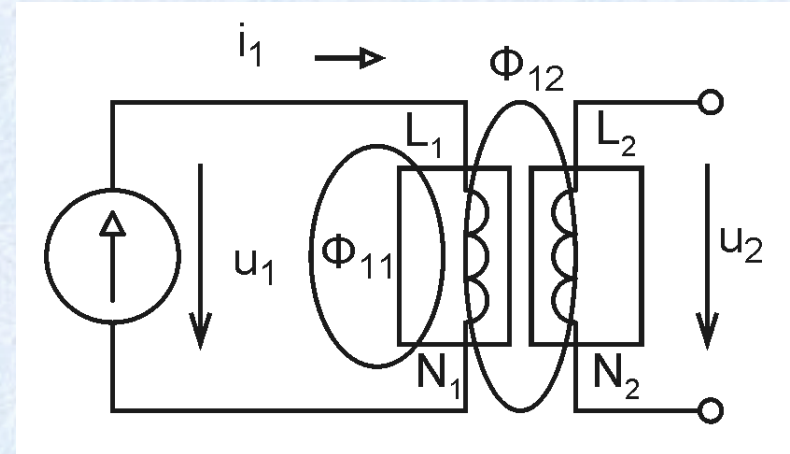


• Vázané induktory

- 2 induktory, které mají společný magnetický tok ϕ_{12}
- první induktor - indukčnost L_1 , napájen proudem i_1
- induktorem 2 protéká magnetický tok induktoru 1 ϕ_{12}
- na induktoru 1 – indukované napětí

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$
- na induktoru 2 – indukované napětí

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$
- parametr M_{21} – vzájemná indukčnost induktoru 2 ku induktoru 1 (1 H)



• Vázané induktory

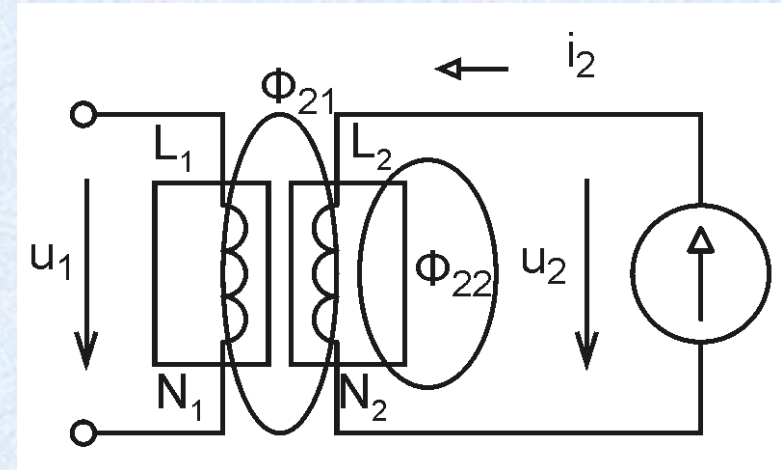
- druhý induktor - indukčnost L_2 , napájen proudem i_2
- pokud jsou blízko, induktorem, 1 protéká magnetický tok induktoru 2
- na induktoru 2 – indukované napětí

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

na induktoru 1 – indukované napětí

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

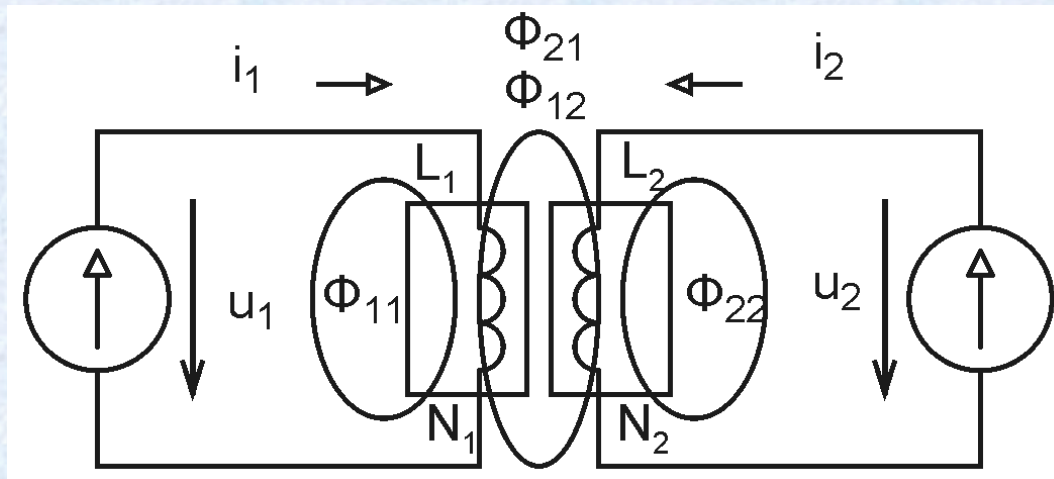
- parametr M_{12} – vzájemná indukčnost induktoru 1 ku induktoru 2



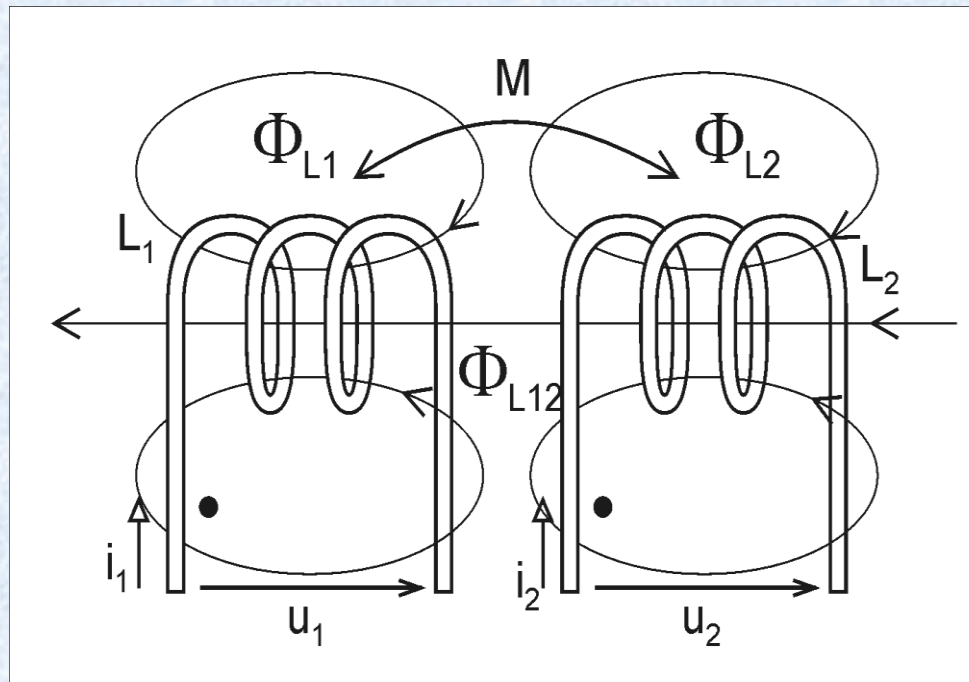
- Do obou induktorů teče proud, na obou se indukuje napětí
 - vzájemné indukčnosti jsou stejné - zavedena jedna vzájemná indukčnost $M = M_{12} = M_{21}$
 - na induktorech L_1 a L_2 se indukuje napětí vlivem vlastního proudu a vlivem proudu ve vázané indukčnosti

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

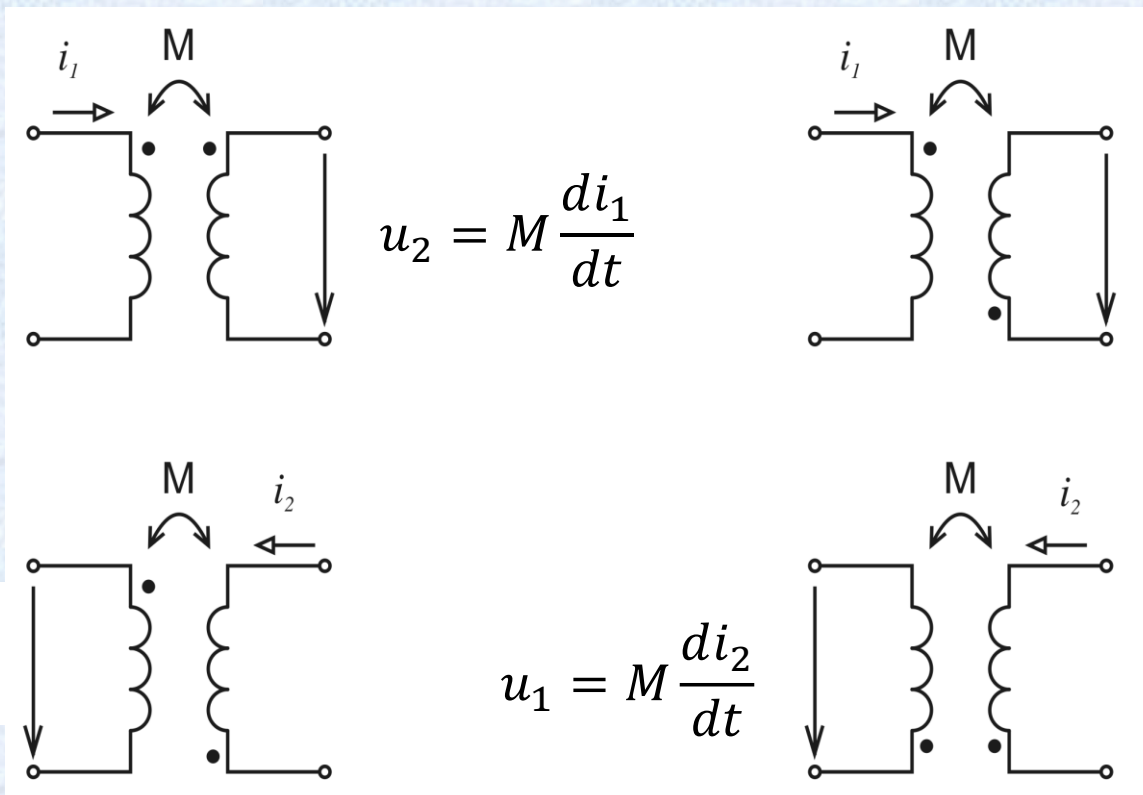
$$u_2 = +M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

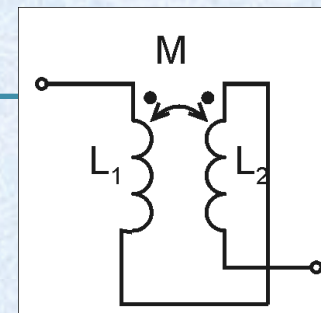


- Vázané indukčnosti – tečková konvence
 - tečky označují začátek vinutí tak, že tok proudu od tečky zvyšuje magnetický tok v obvodu v jednom směru



- Vliv tečkové konvence na orientaci napětí





- Sériové řazení vázaných indukčností

- **souhlasná vazba**

- druhý induktor zvyšuje magnetický tok

$$u = u_1 + u_2 = L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = \frac{di}{dt} (L_1 + 2M + L_2)$$

- výsledná indukčnost je vyšší: $L_S = L_1 + L_2 + 2M$

- změna orientace druhého induktoru - vyvolává magnetický tok v opačném směru- **nesouhlasná vazba**

$$u = u_1 + u_2 = L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = \frac{di}{dt} (L_1 - 2M + L_2)$$

- výsledná indukčnost je nižší: $L_O = L_1 + L_2 - 2M$

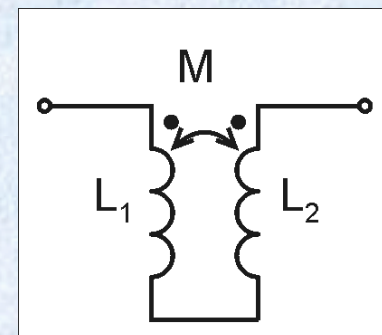
- určení vzájemné indukčnosti M

- změřit indukčnosti L_1 , L_2 , L_S a L_O

- vypočítat:

$$L_S - L_O = L_1 + L_2 - L_1 - L_2 + 2M + 2M \Rightarrow$$

$$M = \frac{(L_S - L_O)}{4}$$



• Paralelní řazení vázaných indukčností

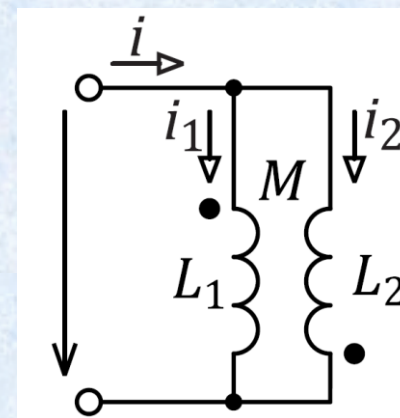
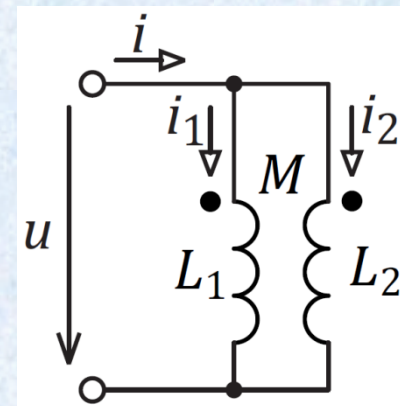
- použití inverzní indukčnosti a inverzní vzájemné indukčnosti

$$\Gamma_1 = \frac{L_2}{L_1 L_2 - M^2} \quad \Gamma_2 = \frac{L_1}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\Gamma_M = -\frac{M}{L_1 L_2 - M^2}$$

- pokud je vazba nesouhlasná – mínus u M
- Výsledná inverzní indukčnost paralelně zapojených vázaných induktorů:
- souhlasná vazba: $\Gamma = \Gamma_1 + 2\Gamma_M + \Gamma_2$
- nesouhlasná vazba: $\Gamma = \Gamma_1 - 2\Gamma_M + \Gamma_2$
- proud jednou větví: $i_1 = (\Gamma_1 + \Gamma_M) \int_0^t u(\tau) d\tau + i_{L1}(0)$
- celkový proud:

$$i = (\Gamma_1 + \Gamma_2 \pm 2\Gamma_M) \int_0^t u(\tau) d\tau + i_{L1}(0) + i_{L2}(0)$$



- Energie induktorů ve vzájemné vazbě:

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \pm M I_1 I_2$$

- koeficient vazby κ

- definice

$$\kappa = \frac{M}{\sqrt{L_1} \cdot \sqrt{L_2}}$$

- (velikost koeficientu 0 – 1)
 - $\kappa = 1$ úplná vazba (blízká 1 – těsná vazba)
 - $\kappa = 0$ žádná vazba (blízká 0 – volná vazba)
 - reálné vázané induktory (transformátory) mají vazbu těsnou,

Děkuji za pozornost

Tento materiál vznikl v rámci projektu ESF CZ.1.07/2.2.00/28.0050
Modernizace didaktických metod a inovace výuky technických předmětů,
který je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem ČR.